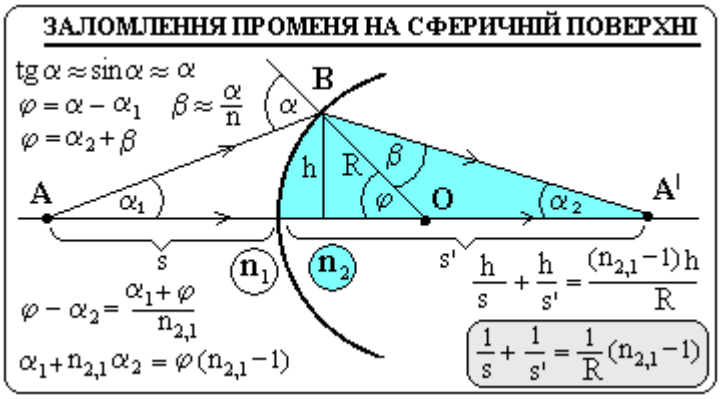
ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА

1.Заломлення променю на сферичній поверхні

Зауваження. *Названа тема розглядається в § 61 нашого підручника. При цьому, вживані формули та співвідношення не мотивуються. Однак, в провідних зарубіжних підручниках для фізико-математичних ліцеїв відповідні теоретичні міркування наводяться. Міркування здійснюються на основі геометричної оптики. Вони є нескладними і корисними.*

Варто повторити матеріал молодших класів, що стосується сферичних дзеркал.

Побудуємо зображення A^{I} точки A, утворене в результаті заломлення сферичною поверхнею, радіусом кривизни R та показником заломлення відносно оточуючого середовища $n_{2,1} > 1$. Для цього розглянемо хід двох близьких променів, що виходять з даної точки A, один з яких напрямлений до центра кривизни, а інший виходить під кутом α_1. Перший промінь не зазнає заломлення. Другий, який падає на поверхню під кутом α до напрямку на центр кривизни, після заломлення утворить кут β з нормаллю в точці падіння і кут α_2 з прямою, що проходить через центр кривизни поверхні. Напрямок нормалі визначиться радіусом проведеним з центра кривизни в точку падіння під кутом φ. Точка перетину променів після заломлення буде точкою зображення A^{I}. Кути α та φ, як зовнішні кути трикутників ABO та $A^{I}BO$, будуть рівними



$$\alpha = \alpha_1 + \varphi \quad (1)$$

та

$$\varphi = \beta + \alpha_2 .$$

Виключимо α, скориставшись законом заломлення і врахувавши, що, для малих кутів, відношення синусів можна замінити відношенням самих кутів

$$\alpha = n_{2,1}\,\beta.$$

З другої рівності

$$\beta = \varphi - \alpha_2 .$$

Тому

$$\alpha = n_{2,1}\,\varphi - n_{2,1}\,\alpha_2 .$$

Рівність (1) запишеться

$$n_{2,1}\,\varphi - n_{2,1}\,\alpha_2 .= \alpha_1 + \varphi,$$

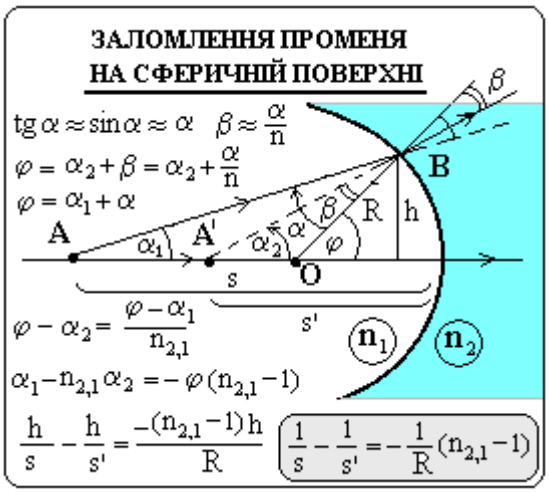
або

$$(n_{2,1} - 1)\,\varphi = \alpha_1 + n_{2,1}\,\alpha_2 .$$

Знову, врахувавши малість кутів, запишемо

$$(n_{2,1} - 1)\frac{h}{R} = \frac{h}{s} + n_{2,1}\frac{h}{s^{|}} \text{ ,або}$$

$$(n_{2,1} - 1)\frac{1}{R} = \frac{1}{s} + \frac{n_{2,1}}{s^{|}} .$$

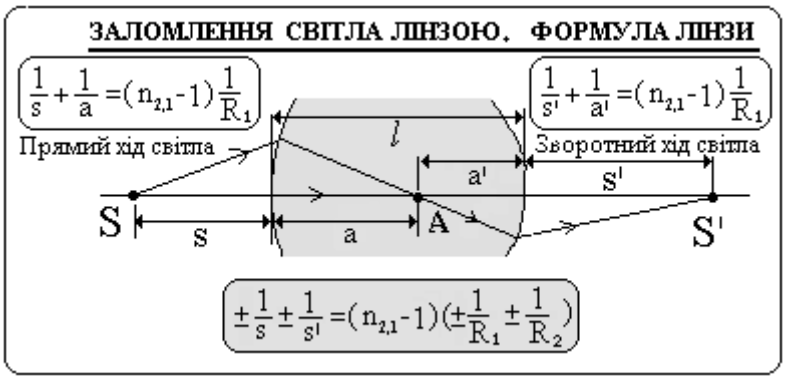


Нескладно переконатися (див мал.), розглянувши заломлення при падінні променю на увігнуту поверхню та уявне зображення, що відстань до уявної точки входить у формулу зі знаком мінус. Такого знаку набуває також радіус поверхні у випадку, якщо її опуклість звернута до середовища з меншим показником заломлення. Тож у загальному випадку

$$\pm\frac{1}{s} \pm \frac{n_{2,1}}{s^{|}} = \pm\frac{1}{R}(n_{2,1} - 1) .$$

2.Формула тонкої лінзи

Лінза – це прозоре тіло обмежене двома сферичними поверхнями (плоска поверхня може розглядатися як сферична, безмежно великого радіуса).



Знайдемо зображення в лінзі товщиною *l*.

Для заломлення на першій сферичній поверхні при прямому ході променів

$$\frac{1}{s} + \frac{n_{2,1}}{a} = \frac{1}{R_1}(n_{2,1} - 1)$$

Для заломлення на другій сферичній поверхні при зворотному ході променів.

$$\frac{1}{s^{|}} + \frac{n_{2,1}}{a^{|}} = \frac{1}{R_2}(n_{2,1} - 1)$$

Так як $l = a + a^{|}$, то при $l \to 0$ $a^{|} = -a$

З врахуванням останнього після додавання двох попередніх рівнянь, матимемо

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s^{|}} = (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})(n_{2,1} - 1)$$

В загальному вигляді

$$\pm\frac{1}{s} \pm \frac{1}{s^{|}} = (\pm\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2})(n_{2,1} - 1)$$

Тут, зліва, зі знаком мінус береться відстань до уявної точки. Якщо заломлююча поверхня опуклістю звернена до середовища з меншим показником заломлення, то її радіус береться із знаком плюс, якщо поверхня звернена опуклістю до середовища з більшим показником заломлення, то її радіус береться з мінусом.

Приклади

1. Оптична сила скляної лінзи в повітрі дорівнює 3 дптр, у воді 1 дптр. Який показник заломлення скла, із якого зроблена лінза? Показник заломлення води 1,33.

Розв'язання. $D_1 = (n_c - 1)(\pm\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}) = (n_c - 1)\, f\,(R)$, $D_2 = \frac{n_C - n_B}{n_B} f\,(R)$

$\frac{D_1}{D_2} = \frac{(n_C - 1)n_c}{n_C - n_B}$, звідси $n_c = \frac{n_B(D_1 - D_2)}{D_1 - D_2 n_B} = 1\frac{7}{9}$

2. Лінза дає дійсне зображення предмета, збільшене в 4 рази. Якщо лінзу відсунути на відстань 50 см, дійсне зображення предмета буде зменшеним у 4 рази. Визначити оптичну силу лінзи.

Розв'язання. Для першого зображення за формулою лінзи $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{\Gamma_1 d_1} = D$, звідси $d_1 = \frac{1}{D} - \frac{1}{\Gamma_1 D}$, аналогічно

для другого зображення $d_2 = \frac{1}{D} + \frac{1}{\Gamma_2 D}$. $d = d_2 - d_1 = \frac{1}{D}(\frac{1}{\Gamma_2} - \frac{1}{\Gamma_1})$ $D = \frac{1}{d}(\frac{1}{\Gamma_2} - \frac{1}{\Gamma_1})$ = 1,625 дптр

3. Формула сферичного дзеркала

1^0.Фокус сферичного дзеркала

Сферичне дзеркало – це сегмент сферичної поверхні здатний дзеркально відбивати світло. Вершина сегменту називається полюсом. Прямі, що проходять через центр сферичної поверхні називаються *оптичними осями*. Та з них, що проходить також через полюс, є *головною оптичною віссю*. Точка головної оптичної осі, через яку проходять лінії променів, близьких та паралельних цій осі, після відбивання від дзеркала, називається *фокусом*. Розрізняють *увігнуті та опуклі* сферичні дзеркала.

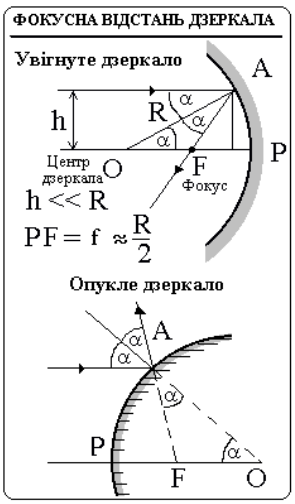
Знайдемо відстань від полюса до фокуса – *фокусну відстань* f, розглянувши увігнуте дзеркало.

Побудуємо хід променя близького і паралельного до головної оптичної осі, який падає на увігнуте дзеркало. Радіус дзеркала ОА, проведений в точку падіння променя є перпендикуляром до відбиваючої поверхні дзеркала. В зв'язку з рівності кутів падіння та відбивання, а також внутрішніх різносторонніх кутів при паралельних та січній, утвориться рівносторонній трикутник. При достатньо малих кутах при його основі, кожна бічна сторона ОВ та АВ наближено рівна половині основи, тобто радіуса. Ця рівність буде тим точніша чим ближче до головної оптичної осі падає промінь.

На основі розглянутого фокусну відстань приймають рівною половині радіуса дзеркала

$$f = \frac{R}{2}.$$

Легко бачити, що це співвідношення залишається справедливим і для опуклого дзеркала.



У фокусі увігнутого дзеркала, де збираються промені зростає густина енергії і може розвиватися досить висока температура. Це дозволяє здійснювати нагрівання тіл сонячним випромінюванням за допомогою достатньо великих дзеркал. За легендою, такими дзеркалами з великою фокусною відстанню, Архімед підпалював ворожі кораблі, фокусуючи на них сонячне випромінювання.

Світлові *промені мають властивість оборотності*. Це означає, що промінь протилежний даному йтиме тим же шляхом.

Якщо в фокусі увігнутого дзеркала помістити джерело світла, то, в результаті відбивання. матимемо пучок паралельних променів. Така властивість дзеркал широко використовується в ліхтарях, прожекторах та променевих обігрівачах.

2^0. Утворення зображень в сферичних дзеркалах. Формула сферичного дзеркала

Як і у випадку плоского, так і сферичного дзебркала, для побудови зображення точки, достатньо розглянути хід двох променів, що виходять з цієї точки.

Побудуємо зображення напрямленого відрізка АВ (стрілочки) в увігнутому дзеркалі.

Передусім побудуємо зображення точки В, розглянувши промені, хід яких хід визначити найпростіше.

В якості першого променя візьмемо той, котрий йде паралельно оптичній осі і після відбивання проходить через фокус.

В якості другого променя візьмемо радіальний промінь, який падає перпендикулярно до поверхні дзеркала і, відбившись, проходить через центр дзеркала.

На перетині цих променів утвориться точка $B^{\backslash}$, яка буде зображенням точки В.

Зображення $A^{\backslash}$ точки А буде лежати на головній оптичній осі, напроти $B^{\backslash}$.

Помітно, що вертикальний розмір зображення (висота Н) буде залежати від відстані предмета до дзеркала.

Якщо предмет знаходиться за подвійним фокусом, то його зображення є дійсним, оберненим та зменшеним.

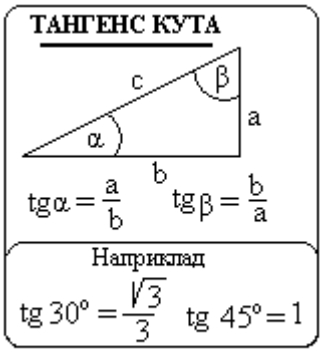
Поперечним збільшенням Г буде відношення висот зображення Н та предмета h.

$$\Gamma = \frac{H}{h}$$

З наближенням до подвійного фокуса О зображення збільшуватиметься до розмірів предмета. з подальшим наближенням до фокуса F збільшення зростатиме до нескінченності.

Якщо предмет помістити між фокусом та дзеркалом, зображення точки В утвориться не на перетині променів, а їх продовжень, тобто стане уявним, а також прямим і збільшеним.

Легко пов'язати збільшення з відстанню від дзеркала до предмета, якщо використати той факт, що всі промені які виходять з даної точки, мають потрапляти в її зображення.



Використаємо *одну з властивостей кута прямокутного трикутника*, за якою *відношення катета протилежного кутові до прилеглого є однаковим для всіх трикутників, тобто залежить лише від величини кута α, і називається тангенсом цього кута (tgα)*

Розглянувши хід променя, який проходить через полюс дзеркала і врахувавши рівність кутів падіння та відбивання, отримаємо прямокутні трикутники АВР та $A^{|}B^{|}P$, в яких АР = s – відстань до предмета («стрілочки »), $A^{|}P = s^{|}$ – відстань до зображення. З даних трикутників

$$tg\alpha = \frac{h}{s}, tg\alpha = \frac{H}{s^{|}}$$

Звідки

$$\frac{H}{h} = \frac{s^{|}}{s} = \Gamma,$$

тобто, поперечне збільшення Г рівне відношенню відстаней до зображення $s^{|}$ та предмета s.

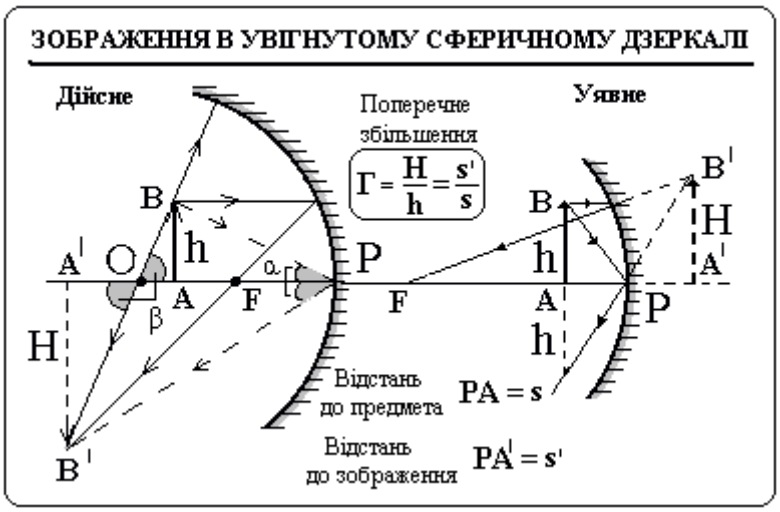
Розглянувши прямокутні трикутники АВО та $A^{|}B^{|}O$, в яких ОР = R = 2f. АО = s – 2f,

AO = 2f – s, отримаємо

$$tg\beta = \frac{h}{2f - s} = \frac{H}{s^{|} - 2f}.$$

Звідки, як і раніше

$$\frac{H}{h} = \frac{s^{|} - 2f}{2f - s} = \Gamma.$$



Прирівнявши вирази для збільшення, і виконавши перетворення, отримаємо

$$2fs^{|} + 2fs = 2\,s^{|}\,s$$

Розділивши на всі члени рівняння на $fss^{|}$, отримаємо для випадку дійсного зображення

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s^{|}} = \frac{1}{f}.$$

Оскільки для випадку уявного зображення (див. мал.)

$$\frac{H}{h} = \frac{s^{|} + 2f}{2f - s},$$

то формула дзеркала запишеться

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s^{|}} = \frac{1}{f}.$$

Іншими будуть знаки у випадку опуклого дзеркала. Зображення в цьому дзеркалі утворюється на перетині продовжень відбитих променів і є Завжди уявним, прямим і зменшеним.

З подібних трикутників ABO та $A^{|}B^{|}O$, отримаємо

$$\frac{H}{h} = \frac{2f - s^{|}}{2f + s}.$$

З останнього

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s^{|}} = -\frac{1}{f}.$$

Можна зробити висновок, що в загальній формулі сферичного дзеркала відстань до уявної точки слід брати зі знаком мінус, і записувати цю формулу у вигляді

$$\pm\frac{1}{s} \pm \frac{1}{s^{|}} = \pm\frac{1}{f}.$$

Може викликати сумнів можливість існування уявного предмета, однак, у випадку, коли на дзеркало падає збіжний пучок променів, для розрахунку точки сходження променів після відбивання, відстань до початкової точки сходження променів (уявного джерела) зручно взяти зі знаком мінус.

З останньої формули, поклавши $s = \infty$ отримаємо, що $s^{|} = f$. Оскільки промені, що надходять від нескінченно віддаленої точки, слід вважати паралельними, то промені, які йдуть паралельно побічній оптичній осі збираються у точці перетину цієї осі з фокальною площиною.

Запитання

1. Де збираються паралельні промені, які падають на сферичне дзеркало?
2. Як пов'язана фокусна відстань дзеркала з його радіусом ?
3. В якому сферичному дзеркалі і при яких умовах можна отримане пряме зменшене зображення? Пряме збільшене ?
4. В якому сферичному дзеркалі і при яких умовах можна отримане уявне зображення?

Задачі-запитання

1. Чи можна з допомогою лінзи отримати на екрані пряме збільшене зображення предмета?

2. Чому можна побачити своє зображення на поверхні мильної бульбашки ?

3. Чому автомобільне дзеркало заднього виду є опуклим, а не увігнутим ячи плоским?

Приклади

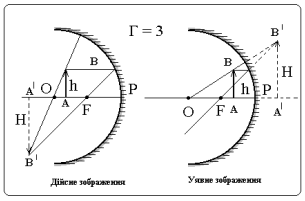
1. Зображення предмета, розташованого на відстані s = 50 см від увігнутого сферичного дзеркала, є збільшеним у Г = 3 рази. Визначити радіус кривизни R поверхні дзеркала

Відповідь. R = 1,5 м.

Розв'язання. Слід розглянути варіанти дійсного і уявного зображення. (Див. мал.).

При дійсному зображенні, за формулою сферичного дзеркала

$\frac{1}{s} + \frac{1}{s^{|}} = \frac{2}{R}$.Так як збільшення $\Gamma = \frac{s^{|}}{s}$,то $R = \frac{2\,\Gamma\, s}{\Gamma - 1} = 0{,}75\,\text{м} = 1{,}5$ м.



При уявному зображенні знак перед відстанню до нього зміниться на протилежний

$$R = \frac{2\,\Gamma\, s}{\Gamma - 1} = 1{,}5\,\text{м}\ .$$

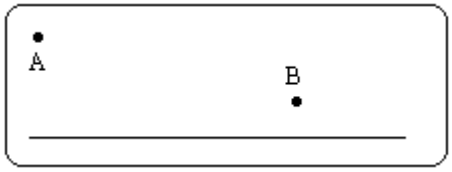
2. Увігнуте сферичне дзеркало дає зображення предмета, збільшене в $\Gamma_1 = 3$ рази. Чому буде дорівнювати лінійне збільшення Γ_2 того ж предмета, якщо увігнуте дзеркало замінити опуклим з тим же радіусом сферичної поверхні?

Відповідь. $\Gamma_2 = \frac{3}{7}$ – у випадку дійсного зображення та $\Gamma_2 = \frac{3}{5}$ – у випадку уявного зображення.

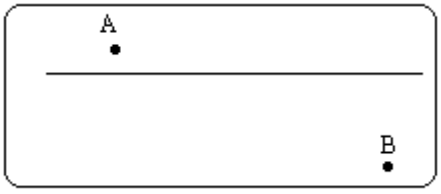
Розв'язання. Відстань до предмета s та відстань до зображення $s^{|}$ пов'язуються формулою збільшення $\Gamma = \frac{s^{|}}{s}$. За формулою сферичного увігнутого дзеркала $\frac{1}{s} \pm \frac{1}{\Gamma_1 s} = \frac{1}{f}$. Для опуклого дзеркала з тим же радіусом $\frac{1}{s} - \frac{1}{\Gamma_2 s} = -\frac{1}{f}$, звідки $\Gamma_2 = \frac{\Gamma_1}{2\Gamma_1 \pm 1}$

4. Задачі

1. Дано положення головної оптичної осі сферичного дзеркала, точки та її зображення . Знайти побудовою положення центра кривизни і вершини (полюса) дзеркала. Встановити, опукле чи вгнуте дзеркало, дійсне чи уявне зображення .



2. Дано положення головної оптичної осі сферичного дзеркала, точки та її зображення . Знайти побудовою положення центра кривизни і вершини (полюса) дзеркала. Встановити, опукле чи вгнуте дзеркало, дійсне чи уявне зображення. Розглянути випадки, коли точка А є предметом і коли зображенням.



3. Промінь світла падає на увігнуте сферичне дзеркало, радіус кривизни поверхні якого дорівнює 1 м, паралельно головній оптичній осі. Відстань між віссю і променем дорівнює 60 см. Знайти відстань між фокусом дзеркала та точкою перетину відбитого променя з віссю дзеркала.